Correction TP 18 : Bilan énergétique d'un système en mouvement

1- Expression de l'énergie cinétique Ec :

$$Ec = \frac{1}{2}\, m\ x\ v^2$$

Ec s'exprime en J

m en Kg

v en m.s^{-1}

2- Expression de l'énergie potentielle de pesanteur Epp :

Ep = $m\ x\ g\ x\ z$

Ep s'exprime en J

m en Kg

g en N.Kg^{-1}

z en m

3- Expression de l'énergie mécanique Em :

$$\text{Em} = Ep + Ec$$

4- En l'absence de frottements, l'énergie mécanique se conserve.

5- Montrons que la formule littérale permettant d'exprimer la vitesse v_B au point B en fonction de celle v_A au point A est :

$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gH}$ avec H = $h_A - h_B$ (hauteur de chute)

$$\Delta\, \text{Em}_{A\rightarrow B} = 0 = EmB - EmA = EcB + EpB - EcA - EpA$$

$$EcB = \frac{1}{2}\, m\ x\ vB^2$$

$$EcA = \frac{1}{2}\, m\ x\ vA^2$$

$$EpB = m\ x\ g\ x\ hB$$

$$EpA = m\ x\ g\ x\ hA$$

$$EcB + EpB - EcA - EpA = 0$$

$$\frac{1}{2}\, m\ x\ vB^2 + m\ x\ g\ x\ hB - \frac{1}{2}\, m\ x\ vA^2 - m\ x\ g\ x\ hA = 0$$

$$\frac{1}{2}\, m\,(vB^2 - vA^2) + mg\,(hB - hA) = 0$$

$$\frac{1}{2}\, m\,(vB^2 - vA^2) - mgH = 0$$

$$\frac{1}{2}\,(vB^2 - vA^2) - gH = 0$$

$$(vB^2 - vA^2) = 2gH$$

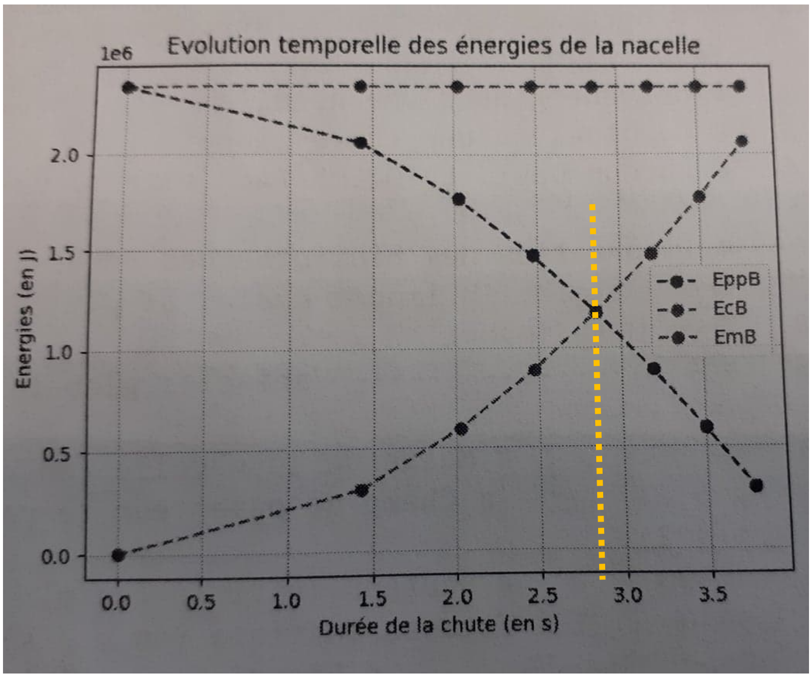
$$(vB^2) = 2gH + vA^2$$

$$vB = \sqrt{2gH + vA^2}$$

6- Python
7- Ces lignes du programme permettent de calculer les énergies cinétique, potentielle et mécanique au point B.

8- **Utilisation du programme :**

```
from matplotlib import pyplot as plt
from math import *
# ------------------- Variables globales ----------
----------
m=3000      # Masse de la nacelle (en kg)
g=9.81       # Champ de pesanteur terrestre (en
m/s^2)
hA=90      # Hauteur initiale (en m)
vA=0     # Vitesse initiale (en m / s)
EppA=2354400      # Energie potentielle de
pesanteur initiale (en J)
```



9- Lors de la chute de la nacelle, l'énergie potentielle diminue avec l'altitude. Elle est convertie en énergie cinétique puisque la vitesse de la nacelle augmente.
10- A l'aide du graphique et du programme PYTHON, on voit qu'il y a une équipartition de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur au bout 2,8 s.

0,5 s	0,8 cm
? = 0,5 x 4,5 / 0,8 = 2,8 s	4,5 cm

Utilisons la formule pour déterminer à quelle altitude cela correspond :

$$t = \sqrt{\frac{2\,(hA - hB)}{g}}$$ avec $H = h_A - h_B$ (hauteur de chute)

$$t^2 = \frac{2\,(hA - hB)}{g}$$

$$2\,(hA - hB) = g \times t^2$$

Ici on cherche hB :

$$(hA - hB) = \frac{g\ x\ t^2}{2}$$

$$hB = hA - \frac{g\ x\ t^2}{2} = 90{,}0 - \frac{9{,}81\ x\ 2{,}8^2}{2} = 51{,}54\ m$$

Il y a une équipartition de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur pour une valeur hB = $51{,}54\ m$

11- Déterminons la vitesse maximale de chute :

$$vB = \sqrt{2gH + vA^2} = \sqrt{2\ x\ 9{,}81\ x\ 80{,}0 + 0}$$

$$= 39{,}6\ m.s^{-1}$$

$$= 39{,}6.10^{-3}\ km.s^{-1} = 39{,}6.10^{-3} \times 3600\ km.h^{-1}$$

$$= 143\ km.h^{-1}$$

La vitesse calculée dans l'hypothèse de l'absence de frottements est donc supérieure à celle annoncée par le constructeur.

La valeur communiquée par ce dernier semble donc mieux tenir compte de la réalité car les forces de frottements ne peuvent pas être négligées compte tenu de la hauteur de chute importante.

12- La nacelle est donc soumise à son poids et à des forces de frottements dues à l'air et aux contacts sur le mât vertical. Elle n'est donc pas soumise uniquement à son poids. La chute de la nacelle n'est donc pas libre.