

# Correction des exercices

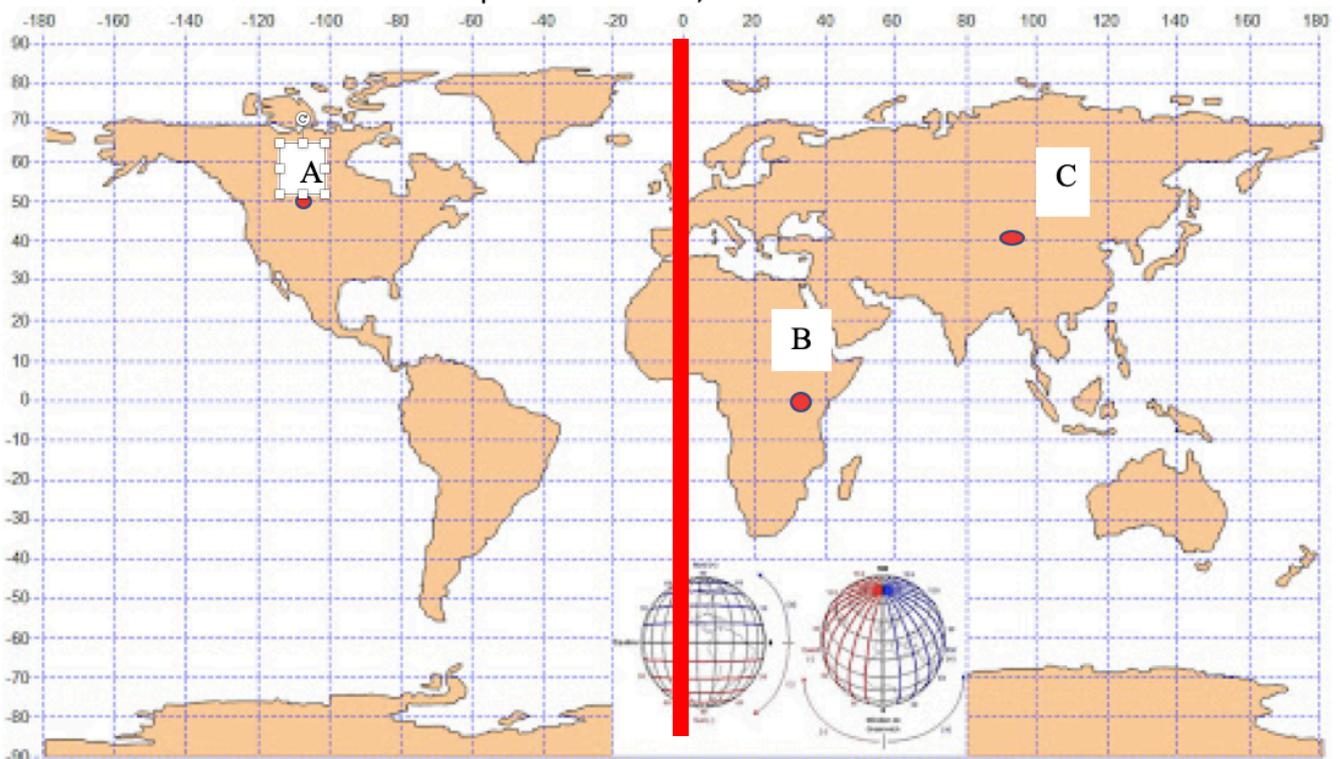
## Chapitre 4 : La forme de la Terre



### Exercices :

#### Exercice 1 :

- 1- On trouve sur internet pour les coordonnées GPS de Paris (48,8 ; 2,3). Les bonnes unités sont :
  - 48,8° ; 2,3°
- 2- Les coordonnées GPS permettent de se positionner à la surface de la Terre dans un repère courbe qui a pour origine :
  - Le centre de la Terre
- 3- Le plus court chemin entre deux points du globe est :
  - Le long du grand cercle qui les relie
  - Le long du méridien lorsqu'ils sont situés sur le même méridien
- 4- Sur la carte, tracer le méridien de Greenwich.



- 5- Coordonnées GPS du point A : 110° O ; 50°N  
Coordonnées GPS du point B : 30° E ; 0°N  
Coordonnées GPS du point C : 90° E ; 40°N

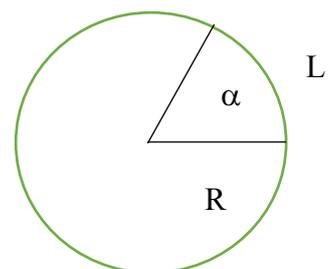
#### Exercice 2 : Calculer la longueur d'un arc de cercle

Données :  $R = 20$  m.

$\alpha = 36^\circ$

Schémas de la situation :

Déterminons la longueur  $L$  de l'arc intercepté par cet angle :



On sait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte donc on a le tableau de proportionnalité :

$\alpha$	360
L	$2\pi R$

On cherche L :

$$L = \frac{\alpha \times 2\pi R}{360}$$

$$L = \frac{36 \times 2\pi \times 20}{360} = 13 \text{ m}$$

### Exercice 3 : Points maths

1- Calcul du périmètre P de la Lune sachant que son rayon R vaut 1737 km :

$$P = 2\pi R = 2\pi \times 1737 = 1,091.10^4 \text{ km}$$

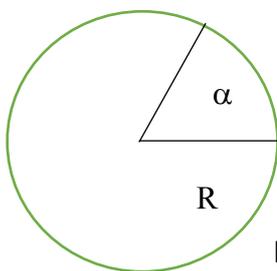
2- Calcul du rayon R du Soleil sachant que son périmètre P vaut environ 4 367 000 km :

$$P = 2\pi R$$

$$R = \frac{P}{2\pi} = \frac{4\,367\,000}{2\pi} = 6,950030.10^5 \text{ km}$$

3- Calcul de la longueur d'un arc de Méridien dont l'angle associé vaut  $36^\circ$ , sachant que le périmètre P de la Terre vaut environ 40 000 km :

Schémas de la situation :



$$L \quad P = 40\,000 \text{ km}$$

$$\alpha = 36^\circ$$

$$L = ?$$

On sait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte donc on a le tableau de proportionnalité :

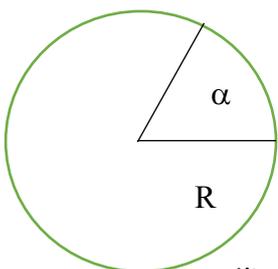
$\alpha$	360
L	P

On cherche L :

$$L = \frac{\alpha \times P}{360}$$

$$L = \frac{36 \times 40\,000}{360} = 4,0.10^3 \text{ km}$$

4- Calcul du périmètre P de Mars sachant qu'un arc associé à un angle de  $10^\circ$  a une longueur de 592 km :



$$L \quad P = ?$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$L = 592 \text{ km} :$$

On sait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte donc on a le tableau de proportionnalité :

$\alpha$	360
L	P

On cherche L :

$$P = \frac{L \times 360}{\alpha}$$

$$P = \frac{592 \times 360}{10} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ km}$$

5- Calcul de la longueur des côtés d'un triangle sachant que la base vaut 12 km et que les angles aux extrémités de la base valent  $45^\circ$  et  $70^\circ$  :

Schéma :

Dans notre situation, on a :

$$\widehat{C} = 45^\circ$$

$$\widehat{B} = 70^\circ$$

$a = 12 \text{ km}$  (base = côté le plus long)

$c = ?$

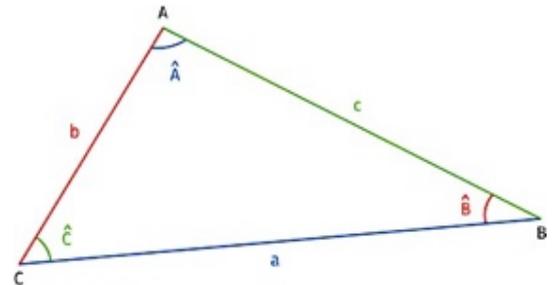
$b = ?$

On peut déterminer l'angle  $\widehat{A}$  car on sait que dans un triangle :

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

Donc :

$$\widehat{A} = 180 - 45 - 70 = 65^\circ$$



D'après la loi des sinus :

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}}$$

$$b = \frac{a \times \sin \widehat{B}}{\sin \widehat{A}} = \frac{12 \times \sin 70}{\sin 65} = 12 \text{ km}$$

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

$$c = \frac{a \times \sin \widehat{C}}{\sin \widehat{A}} = \frac{12 \times \sin 45}{\sin 65} = 9,4 \text{ km}$$

#### Exercice 4 : D'Ératosthène au GPS (D'après Hachette)

#### QCM et questions courtes de restitution de connaissances :

1- La latitude d'un point sur terre :

- Vaut  $0^\circ$  lorsqu'on se trouve à l'Équateur.
- Vaut  $90^\circ \text{ N}$  lorsqu'on se trouve au pôle Nord géographique.

2- La méthode d'Ératosthène s'utilise :

- En considérant que la distance Terre Soleil est très grande devant le rayon de la terre.

3- D'après le document 2, on en déduit que :

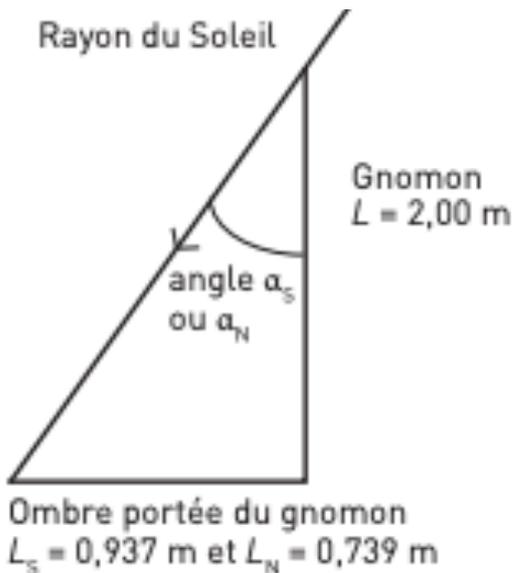
- C'est l'été au pôle Nord.

### Étude des documents 1 et 2.

4-

- Longitude à Nice est à peu près la même que celle de Strasbourg car ces deux villes sont sur le même méridien soit  $7^{\circ}45'$  E
- Latitude à Alençon est à peu près la même que celle de Strasbourg car ces deux villes sont sur le même parallèle soit  $48^{\circ}34'$  N

5- Déterminons la valeur des angles  $\alpha_S$  formés entre les rayons du soleil et le gnomon à Strasbourg (S) :



$$\tan(\alpha_S) = \frac{L_S}{L}$$

$$\alpha_S = \tan^{-1}\left(\frac{L_S}{L}\right)$$

$$\alpha_S = \tan^{-1}\left(\frac{2,26}{2,00}\right) = 48,5^{\circ}$$

Déterminons la valeur des angles  $\alpha_N$  formés entre les rayons du soleil et le gnomon à Nice (N) :

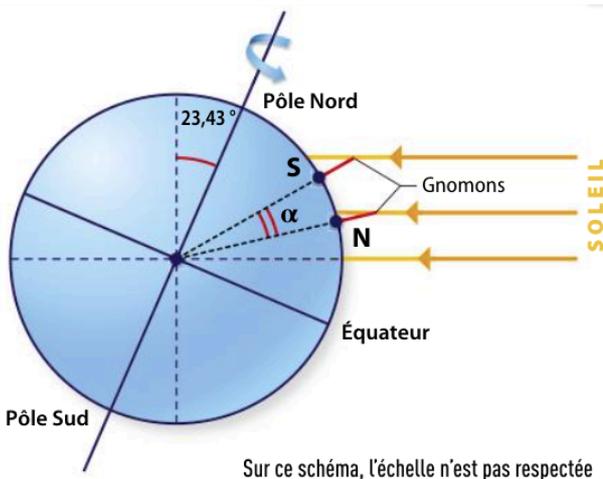
$$\tan(\alpha_N) = \frac{L_N}{L}$$

$$\alpha_N = \tan^{-1}\left(\frac{L_N}{L}\right)$$

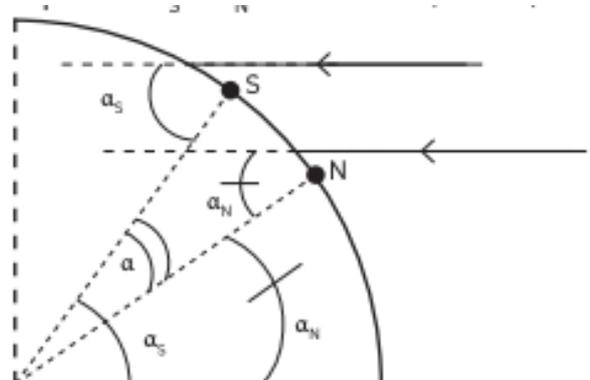
$$\alpha_N = \tan^{-1}\left(\frac{1,91}{2,00}\right) = 43,7^{\circ}$$

$$L_S = 2,26 \text{ m et } L_N = 1,91 \text{ m}$$

6- Calcul de la valeur de l'angle alpha  $\alpha$  du schéma :



Commençons par représenter les angles alternes-internes.



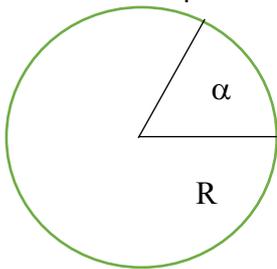
$$\text{On peut dire que : } \alpha = \alpha_S - \alpha_N = 48,5 - 43,7 = 4,8^{\circ}$$

Coordonnées GPS de Nice (N) :

Sachant que la latitude de Strasbourg vaut  $48,54^{\circ}$  N et que Nice se trouve plus proche de l'équateur d'un angle de  $\alpha = 4,80^{\circ}$  alors la latitude de Nice vaut  $48,54 - 4,80 = 43,74^{\circ}$  N.

7- Déterminons la distance entre Strasbourg et Nice :

Strasbourg et Nice se trouvent sur le même méridien, la longueur séparant les deux villes correspond à la longueur de d'arc de cercle de centre O et de rayon  $R_T$  et secteur angulaire  $\alpha$ , Donc :



$$P = 2\pi R_T$$

$$L \quad \alpha = 4,80^\circ$$

$$L = ?$$

On sait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte donc on a le tableau de proportionnalité :

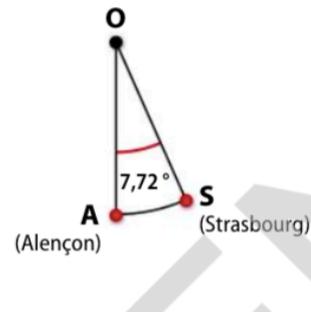
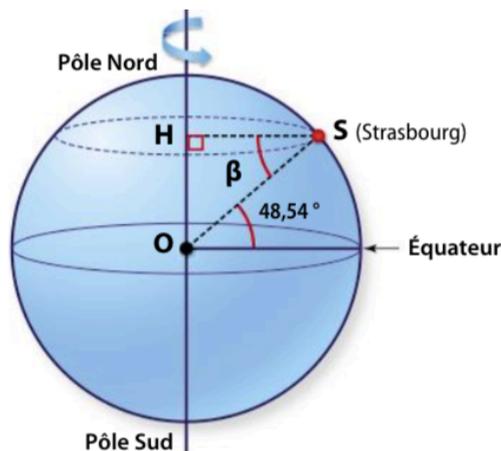
$\alpha$	360
L	$2\pi R_T$

On cherche L :

$$L = \frac{\alpha \times 2\pi R_T}{360}$$

$$L = \frac{4,80 \times 2\pi \times 6378}{360} = 534 \text{ km}$$

8- La différence de distance entre les deux valeurs est liée au fait que le GPS calcule la distance d'un trajet effectué avec un véhicule empruntant la route alors que le calcul précédent correspond à une distance directe le long du méridien.



### Études du document 3

9- D'après le document,  $\beta = 48,54^\circ$  (Angles alternés-internes).

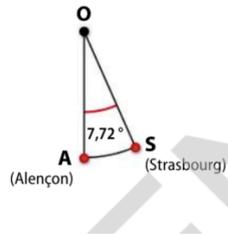
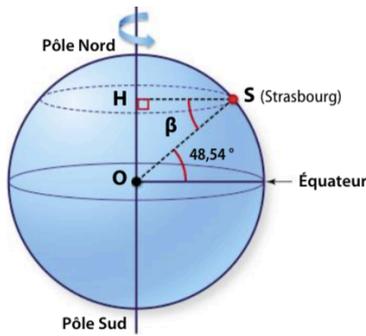
10- Calcul de la valeur de la distance HS en considérant le triangle SOH :

$$\cos \beta = \frac{HS}{OS} = \frac{HS}{R}$$

Donc

$$HS = R \times \cos \beta = 6371 \times \cos (48,54) = 4218 \text{ km}$$

11- Déterminons la distance entre Strasbourg et Alençon :



En utilisant la relation permettant de calculer la longueur d'un arc de cercle (cercle de centre H, de rayon HS et de secteur angulaire de 7,72°), on en déduit :

$\alpha$	360
$L = AS$	$2\pi HS$

$$L = \frac{4218 \times 7,72 \times 2\pi}{360} = 568 \text{ km}$$

12- Les valeurs sont très proches, l'écart est dû aux arrondis de calculs.

### Exercice 5 : Sujet zéro : La sphéricité de la Terre

1- Calcul de la longueur d'un méridien terrestre L :

Le méridien est assimilé à un cercle de rayon R = 6 371 km. Sa longueur L est égale 40 030 km.

$$\begin{aligned} L &= 2\pi R \\ &= 2\pi \times 6\,371 \\ &= 40\,030 \text{ km} \end{aligned}$$

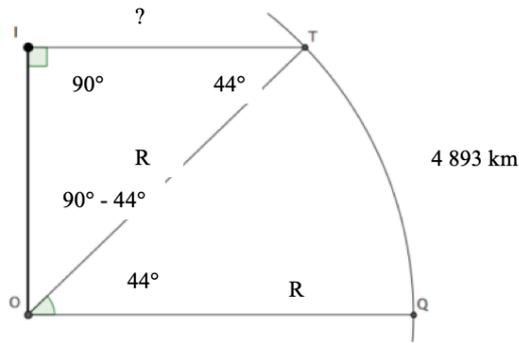
Ville	Pays	Longitude	Latitude
Libreville	Gabon	9° Est	0°
Quito	Équateur	79° Ouest	0°
Toronto	Canada	79° Ouest	44° Nord
Toulouse	France	1° Est	44° Nord

- Les villes qui sont situées sur un même méridien sont Quito et Toronto car elles ont la même longitude.
- Les villes qui sont situées sur un même parallèle sont Toronto et Toulouse car elles ont la même latitude. Il en est de même pour Libreville et Quito qui d'ailleurs sont sur l'équateur car leur latitude est de 0°.
- $QOT = 44^\circ$  et  $TIT' = 1 + 79 = 80^\circ$ .
- Calcul de la longueur de la portion de méridien reliant Quito à Toronto :  
La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre du cercle. Par conséquent, la longueur de la portion de méridien reliant Quito à Toronto QT est :

360°	40 030 km
44°	QT = ?

$$QT = \frac{44}{360} \times 40\,030 = 4\,893 \text{ km.}$$

Figure 1b :



- 6- La longueur OT correspond au rayon R de la Terre donc :  
 $OT = 6\,371 \text{ km}$

Calcul de la longueur IT :

$$\widehat{IOI} = 90 - 44 = 46^\circ$$

On peut utiliser la loi des sinus :

$$\frac{IT}{\sin IOI} = \frac{IO}{\sin ITO} = \frac{OT}{\sin OIT}$$

$$\frac{IT}{\sin IOI} = \frac{OT}{\sin OIT}$$

Donc

$$IT = \frac{OT \times \sin IOI}{\sin OIT}$$

$$OT = 6\,371 \text{ km}$$

$$\widehat{IOI} = 90 - 44 = 46^\circ$$

$$\widehat{OIT} = 90^\circ$$

$$IT = \frac{6\,371 \times \sin 46}{\sin 90} = 4\,583 \text{ km.}$$

- 7- Déterminons la longueur du parallèle passant par Toulouse et Toronto :

Le rayon de ce cercle vaut  $IT = 4\,583 \text{ km}$  donc nous pouvons déterminer son périmètre qui vaut  $2\pi IT$  ( $2\pi \times 4\,583$ ) soit  $28\,795 \text{ km}$ .

- 8- Justifions que la longueur de la portion de parallèle reliant Toulouse à Toronto est environ égale à  $TT' = 6\,399 \text{ km}$ .

La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre du cercle. Par conséquent, la longueur de la portion de parallèle reliant Toulouse à Toronto  $TT'$  est :

$360^\circ$	$28\,795 \text{ km}$
$80^\circ$	$TT' = ?$

$$TT' = \frac{80}{360} \times 28\,795 = 6\,399 \text{ km.}$$

- 9- On constate que les distances obtenues par le calcul et par le SIG sont très proches pour Toronto/Quito mais sensiblement différentes pour Toronto/Toulouse.

La plus courte distance à la surface de la Terre entre deux points est le grand cercle passant par ces points.

Quito et Toronto sont sur le même méridien qui est un grand cercle. La distance entre Quito et Toronto le long du grand cercle est donc la plus courte.

Le parallèle passant par Toulouse et Toronto, en revanche, n'est pas un grand cercle (son centre n'est pas le centre de la Terre). La distance le long du parallèle n'est donc pas la plus courte.