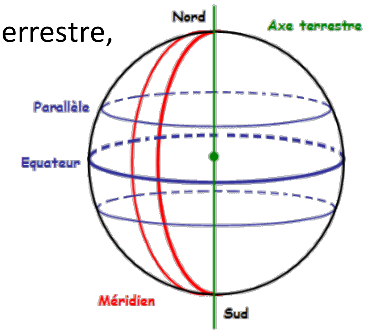
Chapitre 4 : La forme de la Terre

Activité n°4 : Calculs de longueurs sur le sphère terrestre (D'après Bordas 2019)

Rappels :
Pour calculer la longueur d'un chemin reliant deux points à la surface de la Terre, on doit tout d'abord connaître la position de ces deux points.
Ce sont les méridiens et les parallèles, cercles imaginaires tracés sur le globe terrestre, qui permettent de faire ce repérage :

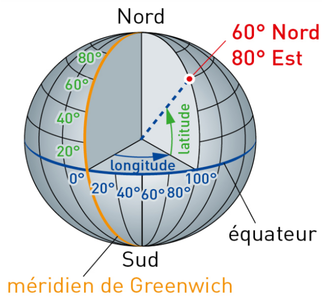
- Un méridien est un cercle qui passe par les deux pôles.
- Un parallèle est l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan parallèle à celui de l'équateur.



Chaque point sur Terre peut être repéré par deux angles :

- La longitude, angle mesuré à partir du méridien de Greenwich
- La latitude, angle mesuré à partir de l'équateur.

Exemple : Bollène : **longitude** : *E 6° 9' ;* **latitude** : *N 47° 37'*

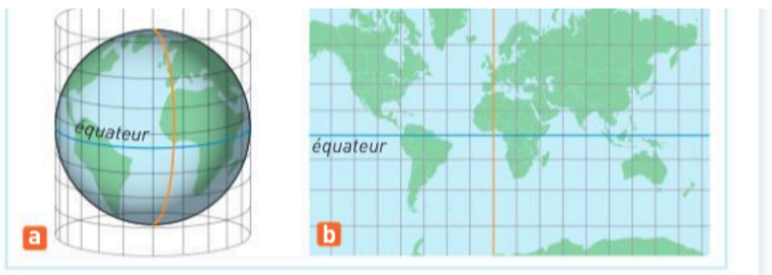


Document 1 : Distances sur un planisphère

La Terre peut être représentée de différentes façons : globe terrestre, planisphère, image satellite.

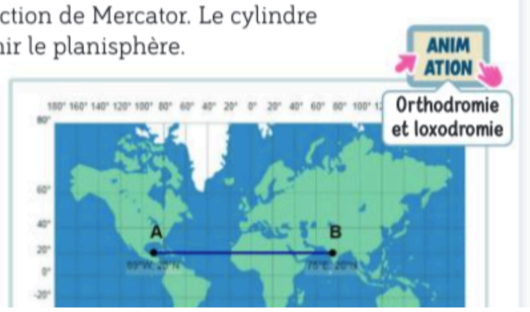
Le planisphère est obtenu en projetant la sphère terrestre sur une surface plane. Il y a différentes projections possibles.

Celle de Mercator (1569) est une projection sur un cylindre (a). Cette projection ne conserve pas les distances ni les aires. Plus on s'approche des pôles, plus les distances et les surfaces sont agrandies. Les **méridiens** sont espacés régulièrement, mais les **parallèles** sont de plus en plus espacés lorsque la latitude augmente (b).



Principe de la projection de Mercator. Le cylindre est déroulé pour obtenir le planisphère.

L'animation c permet de calculer la distance loxodromique* entre deux points, c'est-à-dire la longueur du chemin qui relie ces points selon une ligne droite sur un planisphère.



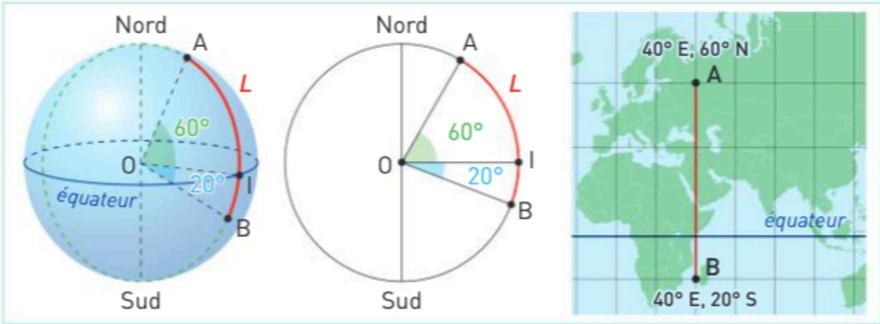
https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/RefTerre/Orthodromie1.php

Vocabulaire :

- Une loxodromie est une courbe qui coupe les méridiens d'une sphère sous un angle constant. C'est la trajectoire suivie par un navire qui suit un cap constant.
- L'orthodromie désigne le chemin le plus court entre deux points d'une surface. Sur une sphère, c'est le plus petit des deux arcs du grand cercle joignant les deux points. Pour les navigateurs, une route **orthodromique** désigne ainsi la route la plus courte à la surface du globe terrestre entre deux points.

Document 2 : Longueur d'un arc de méridien

Lorsque deux points sont sur un même méridien, calculer la longueur L du chemin qui les relie en suivant ce méridien revient à calculer la longueur d'un arc de cercle. On utilise la propriété suivante : **la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte.**



a Arc de méridien entre deux points A et B.

On considère, par exemple, les points A et B de coordonnées géographiques respectives :

40° Est - 60° Nord et 40° Est - 20° Sud (**a**).

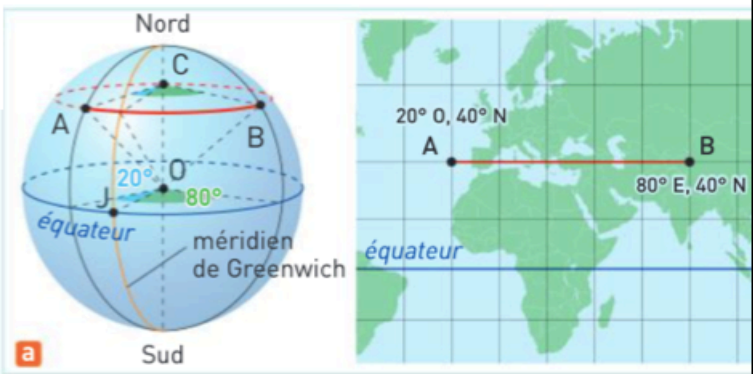
En notant O le centre de la Terre et L_M la circonférence du méridien (environ 40 000 km) on a :

$$\frac{L}{\widehat{AOB}} = \frac{L_M}{360}.$$

Document 3 : Longueur d'un arc de parallèle

On considère les points A et B situés sur un même parallèle et de coordonnées géographiques respectives 20° Ouest - 40° Nord et 80° Est - 40° Nord (**a**). On peut utiliser la même propriété que pour un méridien : en notant C le centre du parallèle et L_C sa circonférence, on a :

$$\frac{L}{\widehat{ACB}} = \frac{L_C}{360}$$

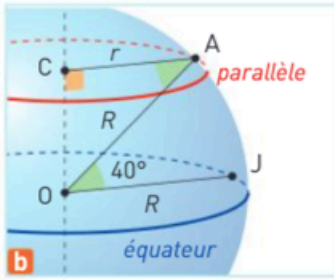


a

L'angle $\widehat{ACB}$ est déduit des longitudes des deux points A et B.

Ici, $\widehat{ACB} = 20° + 80° = 100°$.

La longueur L_C du parallèle s'obtient en utilisant les relations de trigonométrie ou en remarquant que le parallèle est une réduction du cercle de l'équateur.



b

Avec les indications portées sur la figure **b**, le rapport de cette réduction est $\frac{r}{R}$.

Or $\cos \widehat{OAC} = \frac{r}{R}$ et $\widehat{OAC} = \widehat{JOA} = 40°$ (car les angles $\widehat{OAC}$ et $\widehat{JOA}$ sont alternes-internes), donc $\frac{r}{R} = \cos 40°$.

Pour mener une investigation

- Expliquer pourquoi $L_C \approx 40\,000 \cos 40°$.

Document 4 : Le plus court chemin

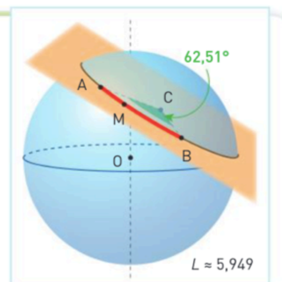
Démarche expérimentale

L'animation du **DOCUMENT 1** et certains logiciels SIG (système d'information géographique) permettent de calculer la longueur du plus court chemin entre deux points : c'est la route orthodromique*. Pour décrire ce plus court chemin, on va utiliser un logiciel de géométrie.

On considère deux points A et B à la surface de la Terre, et un point M par lequel on souhaite passer pour aller de A jusqu'à B. Le plan qui contient les trois points A, B et M coupe la sphère terrestre selon un cercle.

Sur la figure ci-contre, on a fait afficher une valeur approchée de la longueur L de l'arc $\widehat{AB}$ (en milliers de kilomètres) pour une position de M.

- Ouvrir le fichier GeoGebra.



- Déplacer le point M. En observant la longueur L affichée, faire une conjecture sur le plan dans lequel se trouvent A, B et M lorsque la longueur L est minimale.

Voici le lien pour le fichier GeoGebra : https://www.geogebra.org/m/gq4ewapb#material/ame7yfbb

Questions :

1. Calculer la longueur L de l'arc de méridien reliant les points A et B de coordonnées géographiques 40° Est - 60° Nord et 40° Est - 20° Sud.
2. Calculer la longueur L de l'arc de parallèle reliant les points de coordonnées géographiques 20° Ouest - 40° Nord et 80° Est - 40° Nord.
3. Comparer les chemins loxodromique et orthodromique dans les deux cas.
4. Décrire le chemin le plus court pour relier deux points quelconques à la surface de la Terre. Pour cela, s'aider du lien GeoGebra.