Chapitre 2 : Les cristaux

http://perramondphysique.e-monsite.com/

Découvrir

Les Ressources :

Q1 : Les cristaux n°1

Q2 : Les cristaux n°2

S'entraîner

Exercices :

○ Ex1	○ Ex 3
○ Ex 2	○ Ex 4

Apprendre le cours et réviser avec : Quizlet

Voir sur le site

S'autoévaluer

Les savoirs :

- Le chlorure de sodium solide (présent dans les roches, ou issu de l'évaporation de l'eau de mer) est constitué d'un empilement régulier d'ions : c'est l'état cristallin.
- Plus généralement, une structure cristalline est définie par une maille élémentaire répétée périodiquement. Un type cristallin est défini par la forme géométrique de la maille, la nature et la position dans cette maille des entités qui le constituent.
- Les cristaux les plus simples peuvent être décrits par une maille cubique que la géométrie du cube permet de caractériser. La position des entités dans cette maille distingue les réseaux cubique simple et cubique à faces centrées.
- La structure microscopique du cristal conditionne certaines de ses propriétés macroscopiques, dont sa masse volumique.

Les savoirs faire :

- Utiliser une représentation 3D informatisée du cristal de chlorure de sodium.
- Relier l'organisation de la maille au niveau microscopique à la structure du cristal au niveau macroscopique.
- Pour chacun des deux réseaux (cubique simple et cubique à faces centrées) :
  - Représenter la maille en perspective cavalière ;
  - Calculer la compacité dans le cas d'entités chimiques sphériques tangentes ;
- Dénombrer les atomes par maille et calculer la masse volumique du cristal.

I- Qu'est-ce qu'un cristal ?

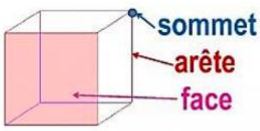
1- Un exemple : Le chlorure de sodium

Le chlorure de sodium, couramment appelé sel de table, est un solide de formule chimique NaCl. Il est constitué d'ions chlorure Cl^- et d'ions sodium Na^+. Que ce cristal soit obtenu par évaporation de l'eau de mer dans les marais salants ou extrait des mines, il s'agit d'un empilement régulier d'ions disposés de la même manière, très ordonnés. Cette structure peut être décrite par la répétition d'un cube appelé maille dans les trois dimensions de l'espace.

2- Un édifice ordonné

Comme le chlorure de sodium, de nombreux solides sont des cristaux.
Un cristal est un solide constitué d'un empilement régulier d'entités chimiques (atomes, ions ou molécules). La maille est le petit volume contenant les entités chimiques et qui se répète de manière régulière (périodique) pour former le cristal. La forme géométrique de la maille, la nature et la position des entités dans la maille définissent le type de cristal.

II- Comment décrire une structure cristalline ?



1- Le nombre d'atomes par maille

Rappel : Le cube
Un atome placé sur une face de la maille est partagé entre deux mailles. Si on s'intéresse à une seule maille, il n'y a à l'intérieur qu'une moitié de l'atome. Si on veut compter le nombre total d'atomes à l'intérieur de cette maille, cet atome « ne comptera » que pour ½.
Selon la position des atomes dans la maille, leur contribution au nombre d'atomes total dans la maille varie.

Place de l'atome	Au centre 	Sur une face 	Sur une arête 	Sur un sommet 
L'atome est :	entièrement dans la maille	partagé entre 2 mailles	partagé entre 4 mailles	partagé entre 8 mailles
L'atome compte pour :	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

2- La compacité

La compacité, notée c, est un nombre sans unité et compris entre 0 et 1.
Elle représente la proportion de l'espace occupé par les entités par rapport à l'espace disponible.
Elle se calcule par la relation : $c = \frac{\text{Volume occupé par les entités}}{\text{Volume de la maille}}$

3- La masse volumique

La masse volumique est une grandeur macroscopique, puisqu'elle peut se mesurer à notre échelle. Cependant, il est possible de calculer la masse volumique à partir de la structure microscopique de la maille.
La masse volumique ρ (lettre grecque « rhô ») se calcule par la relation :

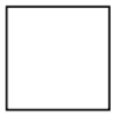
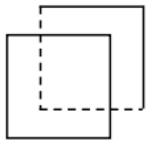
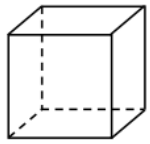
$$\rho = \frac{\text{masse des entités dans la maille}}{\text{Volume de la maille}} = \frac{\text{masse d'une entités x nombre d'entités dans la maille}}{\text{Volume de la maille}}$$

La structure microscopique d'un cristal influence certaines propriétés macroscopiques, comme la masse volumique.

III- Quels sont les différents types de maille qui existent ?

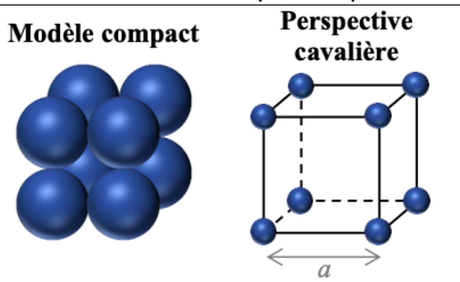
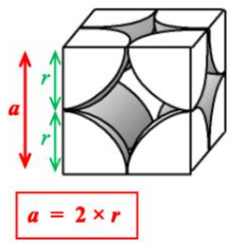
Les cristaux les plus simples peuvent être décrits par une maille cubique (en forme de cube). La longueur de l'arête de cette maille est notée a et se nomme le paramètre de la maille.

1- Dessiner une maille en perspective

Etape 1	Etape 2	Etape 3
Tracer un carré. 	Tracer un $2^{ème}$ carré identique derrière. Les côtés qui croisent le 1^{er} carré sont tracés en pointillés. 	Relier les sommets des deux carrés deux par deux. Le coin du $2^{ème}$ carré en pointillés est relié au premier par un trait en pointillés également. 

2- La maille cubique simple

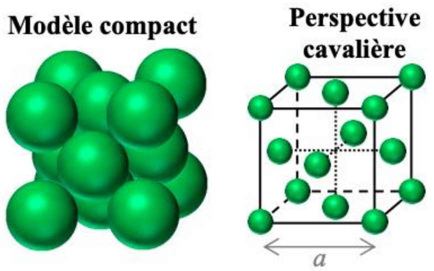
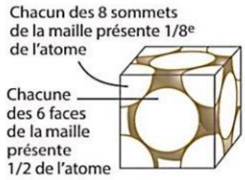
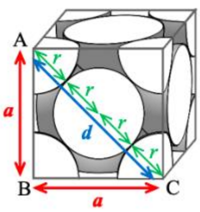
Si les entités identiques occupent chacun des huit sommets de ma maille, la structure est dite cubique simple.

	Structure cubique simple
Représentation d'une maille	
N : Nombre d'entités par maille	$N = 8 \times \frac{1}{8} = 1$
c : Compacité	C = 0,52 ***Démonstration :*** Les cristaux sont réalisés par empilement d'atomes, modélisés par des sphères supposées indéformables. Certains atomes doivent donc se toucher et d'autres non. Lorsqu'ils se touchent, on dit que les atomes sont tangents entre eux. Dans le réseau cubique simple, les atomes sont tangents selon l'arête du cube. On trouve ainsi la relation entre le rayon de l'atome r et le paramètre de maille a :  $c = \frac{\text{Volume occupé par les entités}}{\text{Volume de la maille}}$ *Volume de la maille :* a^3. *Volume occupé par les atomes :* Il n'y a qu'un seul atome dans la maille du réseau cubique simple, donc le volume occupé par cet unique atome vaut $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

	On obtient : $c = \frac{\frac{4}{3}\times\pi\times r^3}{a^3} = \frac{4\times\pi\times r^3}{3\times a^3}$ On remplace a par $2\times r$: $c = \frac{4\times\pi\times r^3}{3\times(2\times r)^3} = \frac{4\times\pi\times r^3}{3\times8\times r^3} = \frac{\cancel{4}\times\pi\times\cancel{r^3}}{3\times\cancel{4}\times2\times\cancel{r^3}} = \frac{\pi}{6}$ Après simplification, il reste : $\boxed{c = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}52 = 52\ \%}$ $(2\times r)^3 = (2\times r)\times(2\times r)\times(2\times r)$ $(2\times r)^3 = 2\times2\times2\times r\times r\times r$ $(2\times r)^3 = 8\times r^3$ $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b\times c}$
ρ : Masse volumique (kg.m^{-3}) m : masse d'un atome	$\rho = \frac{\text{masse des atomes dans la maille}}{\text{Volume de la maille}}$ $= \frac{\text{masse d'un atome x nombre d'atomes dans la maille}}{\text{Volume de la maille}}$ $= \frac{1 \text{ x m}}{a^3} = \frac{\text{m}}{a^3}$

3- La maille cubique face centrée

Si les entités identiques occupent les sommets et le centre des faces de la maille, alors la structure cubique à faces centrées.

	Structure cubique à face centrée
Représentation d'une maille	
N : Nombre d'entités par maille	N = 8 x $\frac{1}{8}$ + 6 x $\frac{1}{2}$ = 1 + 3 = 4 
c : Compacité	C = 0,74 ***Démonstration :*** Dans le réseau cubique à faces centrées, les atomes sont tangents selon la diagonale de la face du cube. Sur la diagonale notée d de la face, on a un atome au centre de la face qui est tangent avec deux atomes aux sommets de part et d'autre. On a donc : d = 4 × r  ○ Dans le triangle rectangle ABC, le théorème de Pythagore donne : $a^2 + a^2 = d^2$ ○ On en déduit : $2 \times a^2 = d^2$ $d = \sqrt{2\times a^2} = \sqrt{2}\times\sqrt{a^2} = \sqrt{2}\times a$ $\left.\begin{array}{l} d = 4\times r \\ d = \sqrt{2}\times a \end{array}\right\}$ Donc : $4\times r = \sqrt{2}\times a$ Or $4 = 2\times2 = 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ On remplace le « 4 » dans l'expression précédente : $2\times\sqrt{2}\times\cancel{\sqrt{2}}\times r = \cancel{\sqrt{2}}\times a$ $\boxed{a = 2\times\sqrt{2}\times r}$ ○ $c = \frac{\text{Volume occupé par les atomes}}{\text{Volume de la maille}}$ *Volume de la maille :* a^3.

	Volume occupé par les atomes : Il y a quatre atomes dans la maille du réseau cubique à faces centrées, donc le volume occupé par ces 4 atomes vaut 4 x $\frac{4}{3}$ × π × r^3. On obtient : $c = \frac{4 \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3}{a^3} = \frac{4 \times 4 \times \pi \times r^3}{3 \times a^3}$ On remplace a par $2 \times \sqrt{2} \times r$: $c = \frac{4 \times 4 \times \pi \times r^3}{3 \times (2 \times \sqrt{2} \times r)^3} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{4} \times \pi \times \cancel{r^3}}{3 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{\sqrt{2}} \times \cancel{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \times \cancel{r^3}} = \frac{\pi}{3 \times \sqrt{2}}$ Après simplification, il reste : $\boxed{c = \frac{\pi}{3 \times \sqrt{2}} \approx 0{,}74 = 74\ \%}$ Il s'agit d'une structure plus compacte.
ρ : Masse volumique ($kg.m^{-3}$) m : masse d'un atome	$\rho = \frac{4 \text{ x m}}{a^3}$

Exercices :

Exercice 1 :

1- Télécharger l'application Solid State 3D sur la tablette.

Choisir :

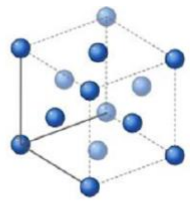
- Types of unit cell
- Observer les différentes vues des mailles CS ()et CFC().
- Pour passer d'une vue à l'autre utiliser la flèche en haut à droite.
- Vous pouvez faire tourner la maille dans l'espace.

2- Remplir le tableau la colonne pour le réseau CS seul puis nous remplirons ensemble celle pour le réseau CFC.

Exercice 2 :

Répondre au QCM en recopiant sur votre feuille la phrase suivie de la bonne réponse et du schéma s'il y en a un.

1. Le fer, dont la maille élémentaire est représentée ci-contre, cristallise dans le système :
   - ☐ cubique simple
   - ☐ cubique centré
   - ☐ cubique faces centrées
   - ☐ cubique base centrées



2. La compacité mesure :
   - ☐ le nombre d'atomes par maille
   - ☐ l'occupation du volume de la maille par les atomes
   - ☐ la masse de la maille par rapport à son volume
   - ☐ le volume occupé par un motif.
3. Dans un réseau cubique à faces centrées (CFC), la maille comporte :
   - ☐ 6 atomes
   - ☐ 4 atomes
   - ☐ 10 atomes
   - ☐ 5 atomes
4. La compacité noté c est toujours :
   - ☐ < 0
   - ☐ < 1
   - ☐ > 1
   - ☐ $0 < C < 1$
5. Dans un réseau CFC, la compacité est donnée par :
   - ☐ c = $\frac{\pi}{6}$
   - ☐ c = $\frac{\sqrt{2}}{6}$
   - ☐ c = $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$
   - ☐ c = $\frac{\pi}{2}$
6. La multiplicité Z d'une maille correspond :
   - ☐ au volume occupé par les entités chimiques
   - ☐ à la masse des entités chimiques
   - ☐ au nombre d'entités chimiques par maille
7. Dans un réseau cubique, les 8 entités chimiques des sommets comptent pour :
   - ☐ 1/2 dans la multiplicité Z
   - ☐ 1/4 dans la multiplicité Z
   - ☐ 1/8 dans la multiplicité Z

8. Dans un réseau CFC, les 6 entités chimiques des centres des faces comptent pour :
   - ☐ 1/2 dans la multiplicité Z
   - ☐ 1/4 dans la multiplicité Z
   - ☐ 1/8 dans la multiplicité Z
9. Dans l'hypothèse qu'une entité chimique est une sphère de rayon r, quel est son volume :
   - ☐ $V_{entité} = \frac{4}{3}\pi r^2$
   - ☐ $V_{entité} = \frac{3}{4}\pi r^2$
   - ☐ $V_{entité} = \frac{4}{3}\pi r^3$
   - ☐ $V_{entité} = \frac{3}{4}\pi r^3$

10. L'expression de la compacité est :
   - ☐ $c = \frac{V_{maille}}{V_{entités}}$
   - ☐ $c = V_{entités} \times V_{maille}$
   - ☐ $c = \frac{V_{entités}}{V_{maille}}$

Exercice 3 :

En 1898, Pierre et Marie Curie découvrent le polonium. Ainsi nommé en hommage au pays natal de Marie Curie, la Pologne, ce métal cristallise dans le réseau cubique simple.

Données :

- Volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- *Caractéristiques du polonium :*

	Polonium
Réseau de cristallisation	Cubique simple
Arrête de la maille	$a = 3{,}36 \times 10^{-10}$ m
Masse molaire	$M = 210$ g.mol^{-1}
Constante d'Avogadro	$N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$ mol^{-1}

1- Faire une représentation de la maille cubique dans laquelle cristallise le polonium. Ajouter sur le dessin précédent une représentation des atomes dans le réseau de cristallisation en modélisant les atomes par des boules (sphères pleines) de petite taille par rapport l'arrête du cube.

2- Déterminer le nombre Z d'atomes que contient une maille (faire apparaitre le détail du calcul).

Dans le modèle des boules, les atomes de polonium sont tangents dans le réseau selon l'arrête du cube.

3- Représenter la maille 2D de ce cristal dans lequel les atomes de polonium sont tangents (une seule face du cube).

4- En déduire la relation mathématique entre le rayon r d'un atome de polonium et la longueur d'une arrête a.

5- Exprimer puis calculer le volume de la maille cubique V_{maille}.

6- Exprimer puis calculer le volume occupé par les atomes de polonium dans une maille V_{atomes}.

7- En déduire la compacité c du réseau cubique simple.

8- Exprimer plus calculer la masse volumique ρ d'une maille.

Exercice 4 : L'argent

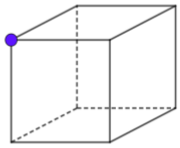
Ce métal précieux, est blanc et brillant, comme le rappelle son nom. Il est connu pour la fabrication multimillénaire de bijoux, de monnaies, ainsi que pour ses applications industrielles croissantes au XX^{e} siècle (batteries, la dentisterie, les puces LED, la médecine, les réacteurs nucléaires, la photographie, l'énergie photovoltaïque, les écrans tactiles, la purification de l'eau, …)

.

On cherche à savoir si l'argent cristallise sous une forme cubique à face centrée.

Données :

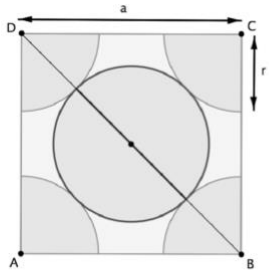
- Rayon d'un atome d'argent: r = 160 pm
- 1 pm = 1.10^{-12} m
- Masse d'un atome d'argent : m = 1,79 $\times 10^{-25}$ kg



1- Recopier et compléter le schéma de maille d'un réseau cubique à faces centrées ci-contre en indiquant la position des atomes.

2- Déterminer, en le justifiant, le nombre d'atomes présents à l'intérieur d'une maille.

3- A l'aide du schéma ci-dessous qui représente une vue de face d'un réseau CFC, démontrer que : a = $2\sqrt{2}r$. Le paramètre de maille, noté a, est la longueur d'une arête du cube.



4- Montrer que la masse volumique ρ qu'aurait l'argent s'il possédait une structure cubique à faces centrées vérifierait approximativement la formule ρ = 0,18 x $\frac{m}{r^3}$ avec :
   - m : masse d'un atome d'argent
   - r : rayon d'un atome d'argent modélisé par une sphère

5- La masse volumique de l'argent est de 1,05 x 10^4 kg.m^{-3}. Indiquer si l'argent possède bien une structure cubique à face centrée.