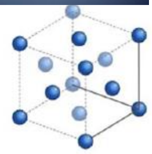
Correction Exercices :

Exercice 1 :

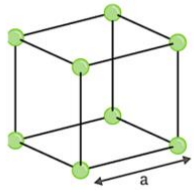
Exercice 2 :



1. Le fer, dont la maille élémentaire est représentée ci-contre, cristallise dans le système cubique faces centrées
2. La compacité mesure l'occupation du volume de la maille par les atomes
3. Dans un réseau cubique à faces centrées (CFC), la maille comporte 4 atomes
4. La compacité noté c est toujours $0 < C < 1$
5. Dans un réseau CC, la compacité est donnée par la relation : $c = \frac{\pi}{6}$.
6. La multiplicité Z d'une maille correspond au nombre d'entités chimiques par maille
7. Dans un réseau cubique, les 8 entités chimiques des sommets comptent pour 1/8 dans la multiplicité Z
8. Dans un réseau CFC, les 6 entités chimiques des centres des faces comptent pour 1/2 dans la multiplicité Z
9. Dans l'hypothèse qu'une entité chimique est une sphère de rayon r, quel est son volume $V_{entité} = \frac{4}{3}\pi\, r^3$
10. L'expression de la compacité est $c = \frac{V_{entités}}{V_{maille}}$

Exercice 3 :

1- Représentation de la maille cubique dans laquelle cristallise le polonium :

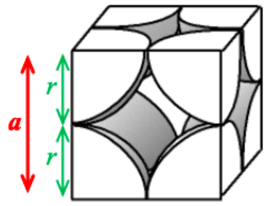


Structure cubique simple

2- Détermination du nombre Z d'atomes que contient une maille :

$$Z = \frac{1}{8}\ x\ 8 = 1$$

3- Représentation la maille 2D de ce cristal dans lequel les atomes de polonium sont tangents :



4- D'après le schéma, on a : $a = 2 \times r$ donc $r = a / 2$

5- Expression et calcul de V_{maille} :

$V_{maille} = a^3$

$= (3{,}36.10^{-10})^3 = 3{,}79.10^{-29}\ m^3$

6- Expression et calcul de V_{atomes} :

$V_{atomes} = Z \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$= 1 \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3$

$= 1 \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3{,}36.10^{-10}}{2}\right)^3$

$= 1{,}99.10^{-29}\ m^3$

7- Calcul de la compacité c du réseau cubique simple :

$c = \frac{V_{entités}}{V_{maille}}$

$= \frac{1{,}99.10^{-29}}{3{,}79.10^{-29}} = 0{,}525$ soit 52,5 %

8- Expression et calcul la masse volumique d'une maille :

$\rho = \frac{1 \times m}{a^3} = \frac{m}{a^3}$

Dans l'énoncé, la masse de l'atome n'est pas donnée. Il faut la déterminer.

On sait que 1 mole d'atomes de Polonium, c'est-à-dire $6{,}023.10^{23}$ atomes de Polonium ont une masse de 210 g.

Déterminons la masse m d'un seul atome : $m = \frac{M}{Na} = \frac{210}{6{,}023.10^{23}} = 3{,}49.10^{-22}$ g

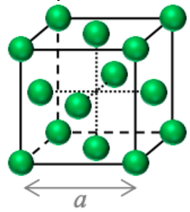
$m = 3{,}49.10^{-22} \times 10^{-3}$

$= 3{,}49.10^{-25}$ kg

ρ = = $\frac{3{,}49.10^{-25}}{3{,}79.10^{-29}}$ = $9{,}20.10^3$ $kg.m^{-3}$

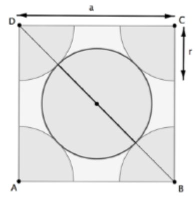
Exercice 4 : L'argent

1- Schéma de maille d'un réseau cubique à faces centrées :



2- Détermination du nombre d'atomes présents à l'intérieur d'une maille :
Z = 1/8 x 8 + ½ x 6 = 1 + 3 = 4
Il y a 4 atomes dans une maille.

3- Démontrons que : a = $2\sqrt{2}r$
D'après le schéma, on peut appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle ABD :



$a^2 + a^2 = (4r)^2$

$2a^2 = 16r^2$

$a^2 = \frac{16}{2}\ r^2 = 8\ r^2$

$\sqrt{a^2} = \sqrt{8\,r^2}$

a = $\sqrt{8\,r^2}$ =$\sqrt{8}$ x $\sqrt{r^2}$ = $\sqrt{4\ x\ 2}$ x r = 2 x $\sqrt{2}$ x r

a = 2 x $\sqrt{2}$ x r = 2 $\sqrt{2}$ r

4- Démontrons que la masse volumique ρ qu'aurait l'argent s'il possédait une structure cubique à faces centrées vérifierait approximativement la formule ρ = 0,18 x $\frac{m}{r^3}$ avec :
- m : masse d'un atome d'argent
- r : rayon d'un atome d'argent modélisé par une sphère

On sait que :
$\rho = \frac{\text{masse des entités dans la maille}}{\text{Volume de la maille}} = \frac{\text{masse d'une entités x Z}}{\text{Volume de la maille}}$

$V_{maille} = a^3$
Z = 1/8 x 8 + ½ x 6 = 1 + 3 = 4
$m_{entité}$ = m

Donc

$\rho = \frac{\text{m x Z}}{a^3}$

On a montré précédemment que : a =2 $\sqrt{2}$ r. Remplaçons a par son expression dans la formule de la masse volumique.

$\rho = \frac{\text{m x 4}}{(2\sqrt{2}r)^3} = \frac{\text{4 x m}}{(2\sqrt{2}r)^3}$

$(2\sqrt{2}r)^3 = 2^3 \times \sqrt{2}\, x\, \sqrt{2}\, x\, \sqrt{2} \times r^3 = 8 \times 2 \times \sqrt{2} \times r^3 = 16\sqrt{2} \times r^3$

$\rho = \frac{4 \times m}{(2\sqrt{2}r)^3} = \frac{4 \times m}{16\sqrt{2}r^3} = 0{,}18 \times \frac{m}{r^3}$

5- En faisant l'hypothèse que l'argent a une maille cubique à faces centrées, nous avons obtenu la formule précédente de la masse volumique. Calculons sa valeur et comparons-la à la valeur de la masse volumique de l'argent.
   - Si nous obtenons la même valeur, nous pourrons en conclure que l'argent cristallise bien selon un réseau CFC.
   - Si la valeur obtenue n'est pas la même, nous pourrons en conclure que notre hypothèse est fausse et que l'argent n'a pas une structure CFC.

$\rho = 0{,}18 \times \frac{m}{r^3}$

- Rayon d'un atome d'argent: r = 160 pm = $160 .10^{-12}$ m
- Masse d'un atome d'argent : m = $1{,}79 \times 10^{-25}$ kg

$\rho = 0{,}18 \times \frac{1{,}79 \times 10^{-25}}{(160 .10^{-12})^3} = 7{,}87.10^3$ kg.m^{-3}

La valeur obtenue n'est pas la même, nous pouvons en conclure que notre hypothèse est fausse et que l'argent n'a pas une structure CFC.